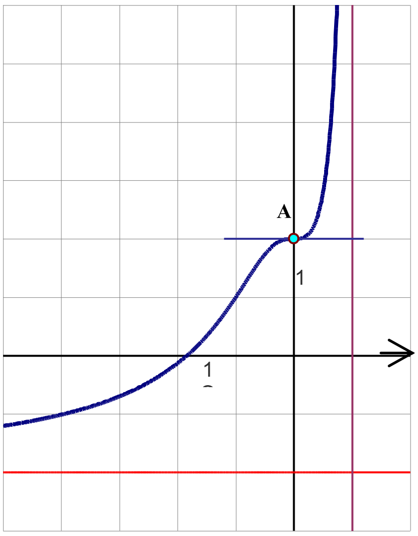
Lycée Moknine	**Devoir de synthèse N°2** **Mathématiques**	
Le 04 /03/2008	$3^{\text{èm}}$ maths	Durée : 3h

Exercice1(2.5points)

Chaque question ci-dessous comporte trois réponses possibles. Pour chacune de ces questions, une seule des réponses proposées est exacte. On demande de cocher cette réponse.

Aucune justification n'est demandée



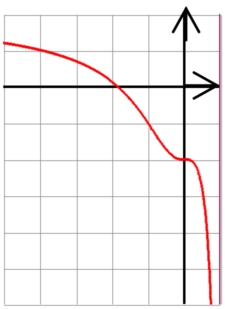
(C) est la courbe représentative d'une fonction f définie sur l'intervalle $]-\infty;1[$.

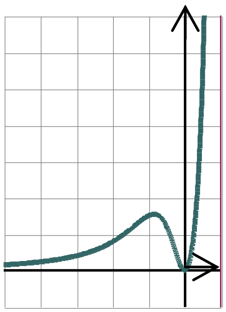
On sait que le point A de coordonnées (0 ; 2) appartient à la courbe (C) .

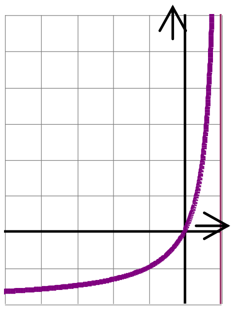
Les droites d'équations respectives $y=-2$ et $x=1$ sont asymptotes à la courbe (C).

1) La limite de la fonction f en $-\infty$ est :	☐ $-\infty$ ☐ -2 ☐ 1
2) $\lim\limits_{x \to 1^-} f(x) =$	☐ $+\infty$ ☐ -2 ☐ -1
3) On note f' la fonction dérivée de la fonction f sur l'intervalle $]-\infty;1[$	☐ $f'(0)=2$ ☐ $f'(2)=0$ ☐ $f'(0)=0$
4) L'équation de la tangente à la courbe (C) au point A est :	☐ $y=2$ ☐ $y=x$ ☐ $y=0$

5) Quelle est parmi les trois courbes ci-dessous, celle qui représente la fonction dérivée f' de f ?

☐ 

☐ 

☐ 

Exercice 2(6points)

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$.
On note A le point d'affixe -2i .
A tout point M d'affixe z, on associe le point M' d'affixe z'= $-2\bar{z}+2i$

1) a) On considère le point B d'affixe b=3-2i . Déterminer la forme algébrique des affixes a' et b' des points A' et B' associés respectivement aux points A et B. Placer ses points sur un dessin.
b) Montrer que si M appartient à la droite Δ d'équation y= -2 alors M'appartient aussi à Δ.

2) a) Démontrer que pour tout M d'affixe z, $|z'+2i| = 2|z+2i|$
b) Interpréter géométriquement cette égalité.

3) Pour tout M distinct de A , On appelle θ un argument de z+2i
a) Justifier que θ est une mesure de l'angle $(\vec{u},\overrightarrow{AM})$
b) Démontrer que pour z=x+iy, x et y réels tel que $z \neq -2i$, (z+2i) (z'+2i) = $-2x^2-2(y+2)^2$
c) En déduire que arg [(z+2i)(z'+2i)] $\equiv \pi[2\pi]$ et que pour tout M distinct de A
On a : $(\vec{u},\overrightarrow{AM'}) \equiv \pi - \theta[2\pi]$.
d) Que peut on déduire pour les demi-droites [AM) et [AM') ?

4) En utilisant les résultats précédents, Proposer une construction géométrique du point M'associé au point M.

Exercice 3(5 points)

Une urne contient 10 jetons : 6 jetons noirs numérotés 1, 1, 2, 2, 2,3
4 jetons blancs numérotés 1, 2, 2,3

I)1) On tire simultanément 3 jetons. Quel est le nombre de tirages possibles ?
2) Dénombrer les tirages comprenant :
a) 3jetons de même couleur.
b) 3jetons dont la somme des numéros est égales à 6
c) 1 seul jeton noir et un seul jeton porte le numéro 1

II° 1) On tire successivement et sans remise 3 jetons de l'urne. Quel est le nombre de tirages possibles ?
2) Dénombrer les tirages comprenant :
a) 2jetons noirs et 1 jeton blanc
b) obtenir un jeton numéro 3 pour la première fois au $3^{\text{èmme}}$ tirage

III) Dans une autre urne, il y a n boules noires et n boules blanches
1) On prend simultanément n boules. Exprimer en fonction de n et k le nombre de tirages
Contenant k boules noires et n-k boules blanches ($0 \leq k \leq n$)

2) En déduire une simplification de l'expression $S_n = \sum_{k=0}^{n}(C_n^k)^2 = (C_n^0)^2 + (C_n^1)^2 + \dots\dots\dots\dots + (C_n^n)^2$

Exercice : 4(6,5points)

1-Soit la fonction numérique g définie sur$]1\ ;\ +\infty[$ par $g(x)=x^2\sqrt{x^2-1}-2$.

a- Calculer $g(\sqrt{2})$

b- Monter que g est strictement croissante sur $]1\ ;\ +\infty[$. **On ne calculera pas les limites de g aux bornes de** $]1\ ;\ +\infty[$

c- Déduire de ce qui précède le signe de g sur $]1\ ;\ +\infty[$

2-Soit la fonction f définie sur $[1\ ;\ +\infty[$par $f(x)=\frac{1}{2}x-\frac{\sqrt{x^2-1}}{x}$, de courbe représentative C dans un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$ (unité 2 cm).

a- Démonter que la droite D d'équation $y=\frac{1}{2}x-1$ est asymptote à C au voisinage de $+\infty$.

b- Justifier que pour tout $x\in[1\ ;\ +\infty[$, $\frac{\sqrt{x^2-1}}{x}<1$. En déduire la position relative de C et D sur $[1\ ;\ +\infty[$.

3- a- Justifier que pour tout x > 1 : $\dfrac{f(x)-\frac{1}{2}}{x-1}=\dfrac{1}{2}-\dfrac{x+1}{x\sqrt{x^2-1}}$

b- Etudier la dérivabilité (à droite) pour f en $x_0=1$. Donner une interprétation graphique de ce résultat.

4- Calculer $f'(x)$. Montrer que f' est du signe de g sur$]1\ ;\ +\infty[$. Dresser le tableau de variation de f sur $[1\ ;\ +\infty[$

5- Représenter graphiquement la courbe C (*avec* ***asymptote et tangentes***.).